УДК 550.388.2

*Н. М. Кащенко*

# ЧИСЛЕННАЯ МОДЕЛЬ ПРОЦЕССОВ РАЗВИТИЯ МЕЛКОМАСШТАБНЫХ НЕОДНОРОДНОСТЕЙ ЭКВАТОРИАЛЬНОЙ ИОНОСФЕРЫ



*Построена численная модель экваториального F-слоя ионосферы для моделирования неоднородностей ионосферы с масштабами от 1 км в условиях развития неустойчивости.*

*A numerical model of equatorial F-layer of ionosphere on simulating of ionosphere irregularities with object scale from 1 km during to the instability development is constructed.*

**Ключевые слова:** численное моделирование, экваториальное F-рассеяние, схема «кабаре».

**Key words:** numerical simulation, equatorial spread F, «cabaret» scheme.

## Введение

Экваториальное F-рассеяние (ЭFР) [1] — это послезаходное явление, когда экваториальная F-область ионосферы становится неустойчивой. Для понимания сложной и динамической эволюции ЭFР требуется численное моделирование. В 1989—1991 гг. в работах [2—5] и в 2008—2009 гг. в работах [6—8] были предложены численные модели и проведены численные эксперименты по динамике экваториальных пузырей в разных условиях и при различных механизмах их генерации.

В этих исследованиях изучаются процессы с масштабами порядка 20—50 км. В данной работе предложена в развитие моделей [2—5] численная модель, пригодная для изучения неоднородностей ионосферы с масштабами от 1 км.

## Математическая модель

В соответствии с этими публикациями рассмотрим модель в виде общепринятой системы уравнений Максвелла и гидродинамических уравнений с учетом электромагнитных сил, содержащую уравнения непрерывности и уравнения движения ионов и электронов, уравнения теплопроводности ионов и электронов, уравнения непрерывности электрического тока и уравнения потенциальности электрического поля [2—5]:

$$\frac{\partial n_j}{\partial t} + \nabla(n_j \vec{V}_j) = Q_j - L_j,$$

$$\frac{\partial \vec{V}_j}{\partial t} + (\vec{V}_j \nabla)\vec{V}_j = -\frac{\nabla p_j}{n_j m_j} + \frac{e}{m_j}(\vec{E} + \vec{V}_j \times \vec{B}) - \nu_{jn}(\vec{V}_j - \vec{V}_n) + \vec{g},$$

$$\frac{3}{2}n_j k\left(\frac{\partial T_j}{\partial t}+(\vec{V}_j\nabla)T_j\right)+p_j\nabla\vec{V}_j+\nabla q_j=G_j-P_j,$$

$$\nabla\times\vec{E}=0,\ \nabla\vec{j}\equiv\nabla\sum e_j n_j\vec{V}_j=0,$$

где $n_j$, $\vec{V}_j$, $Q_j$, $L_j$, $m_j$, $e_j$, $p_j$, $\nu_{jn}$, $T_j$, $q_j$, $G_j$, $P_j$ — соответственно концентрация, дрейфовая скорость, скорости образования и потерь, масса, заряд, давление, частоты соударений с нейтралами, температура, плотность теплового потока, скорость нагрева и скорость охлаждения частиц сорта $j$; $k$ — постоянная Больцмана; $\vec{j}$ — плотность тока; $\vec{E}$ — напряженность электрического поля.



В работе рассматривается модель развитых пузырей, поэтому применяются следующие приближения: квазинейтральность плазмы; постоянство и дипольность магнитного поля; потенциальность электрического поля; диффузионное приближение. Использована дипольная система координат.

В силу вытянутости неоднородностей вдоль силовых линий будем считать эти неоднородности двумерными и описывать их динамику в плоскости геомагнитного экватора двумерными уравнениями. Получаем двумерную модель развитых неоднородностей:

$$\frac{\partial n_j}{\partial t}+\nabla_\perp(n_j\vec{V}_j)=Q_j-L_j, \tag{1}$$

$$\frac{3}{2}n_j k\left(\frac{\partial T_j}{\partial t}+(\vec{V}_j\nabla_\perp)T_j\right)+p_j\nabla_\perp\vec{V}_j+\nabla_\perp q_j=G_j-P_j, \tag{2}$$

$$\nabla_\perp(\hat{\sigma}\nabla_\perp\Phi)=\nabla_\perp\vec{A}. \tag{3}$$

Здесь $\hat{\sigma}$ — тензор интегральной вдоль силовых линий проводимости.

В этом приближении уравнения (1) и (2) — уравнения двумерного переноса со свойством $\nabla_\perp(\vec{V}_j)\approx 0$, а уравнение (3) — уравнение эллиптического типа с несимметричным оператором из-за наличия проводимости Холла $\sigma_h$, поскольку в уравнении (3) проводимости Холла приводит к появлению производных 1-го порядка.

Начальные значения будем задавать, используя состояние фоновой плазмы, полученное в результате численных расчетов на установление на основе решения модельных уравнений непрерывности концентраций и теплопроводности при фиксированном электрическом поле и при применении модели термосферы MSIS для задания параметров нейтральной атмосферы. Кроме этого для тестирования алгоритмов начальные значения задавались в виде слоя Чепмена и в виде профилей типа ступеньки.

Для решения двумерного приближения использовалась прямоугольная равномерная конечно-разностная сетка в координатах ($y$, $z$), где $y=r_{300}\varphi$, $z=r-r_з$, $r_{300}$ — расстояние от центра Земли до уровня 300 км; $r$ — расстояние от центра земли до текущей точки; $r_з$ — радиус

Земли. Уравнение (3) аппроксимировалось конечно-разностной схемой 2-го порядка точности и решалось итерационным методом на последовательности сеток. При коэффициентах, характерных для модели, скорость сходимости менялась в переделах от 0,45 до 0,55 при слабой зависимости от размеров сетки и вариаций коэффициентов, поэтому количество требуемых для достижения относительной погрешности равной $10-^{6}$ итераций находилось в переделах 10—15.



Для решения уравнений переноса (1), (2), записанных здесь в виде

$$\frac{\partial U}{\partial t}+V\frac{\partial U}{\partial y}+W\frac{\partial U}{\partial z}=0,$$

применен двумерный аналог схемы «кабаре» [10—11], шаблон которой имеет вид, указанный на рисунке 1.

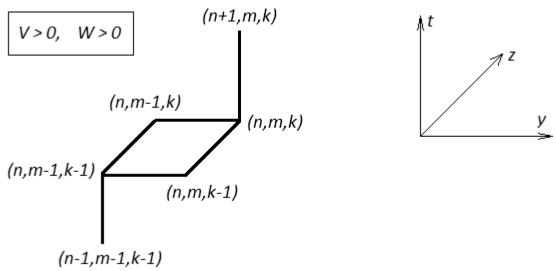


Рис. 1. Шаблон схемы «кабаре» для V > 0, W > 0 [10]

Обозначим

$$\sigma_y=\frac{\tau V}{h_y},\ \sigma_z=\frac{\tau W}{h_z},$$

тогда двумерная схема выглядит так:

$$\frac{1}{2}\left(\tau\dot{U}_{m,k}^{n-1/2}+\tau\dot{U}_{m-1,k-1}^{n-3/2}\right)+\frac{1}{2}(\sigma_y+\sigma_z)h(U_h')_{m-1/2,k-1/2}^{n-1}+$$
$$+\frac{1}{2}(\sigma_y-\sigma_z)h_y(U_y')_{m-1/2,k}^{n-1}+\frac{1}{2}(\sigma_z-\sigma_y)h_z(U_z')_{m,k-1/2}^{n-1}=0.$$

Здесь $h=\sqrt{h_y^2+h_z^2}$ — диагональный шаг, $V$ и $W$ считаем в серединах ячеек.

Спектральный признак устойчивости при постоянных $\sigma_y,\sigma_z$ приводит к условиям $\sigma_y,\sigma_z\in[0,1]$.

Для получения монотонности использовался ограничитель, а для получения консервативности — схема управления запасами [10—11]. В отличие от работ [10—11] применен непрерывный ограничитель, вид которого для одномерного случая показан на рисунке 2. Использование такого ограничителя уменьшает погрешности типа ступеньки.

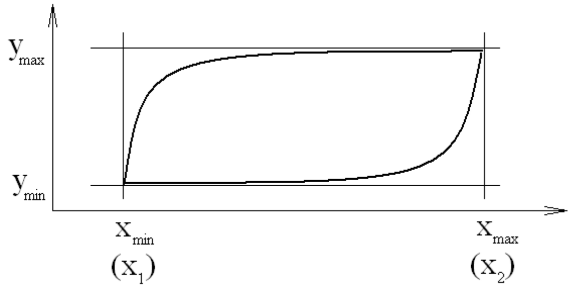


Рис. 2. Вид ограничителя для уравнений переноса



В численных экспериментах нижняя кривая задавалась формулой

$$\underline{y}(x)=\begin{cases} y_{\min}+(y_{\max}-y_{\min})\left(\dfrac{x-x_1}{x_2-x_1}\right)^p, & y_{\min}=y_1, \\ y_{\min}+(y_{\max}-y_{\min})\left(\dfrac{x_2-x}{x_2-x_1}\right)^p, & y_{\min}=y_2. \end{cases}$$

Аналогично верхняя кривая была задана формулой

$$\overline{y}(x)=\begin{cases} y_{\max}+(y_{\min}-y_{\max})\left(\dfrac{x-x_1}{x_2-x_1}\right)^p, & y_{\min}=y_1, \\ y_{\max}+(y_{\min}-y_{\max})\left(\dfrac{x_2-x}{x_2-x_1}\right)^p, & y_{\min}=y_2. \end{cases}$$

Параметр $p$ должен выбираться достаточно большим. При тестировании использованы варианты с $p = 16$, 32 и 64. На рисунке 3 приведены модельные расчеты по уравнениям (1) для электронной концентрации с шагом по $z$ 4 км (А) и 2 км (Б) с одинаковыми числами Куранта, равными единице в своих максимумах. Область решения по горизонтали составляет 1000 км, а по вертикали диапазон 100—1600 км. Цифрами на рисунке отмечены значения $\lg(n_e)$. При этом в расчете (*а*) сделано 632 шага по времени, а в расчете (*б*) — 1264.

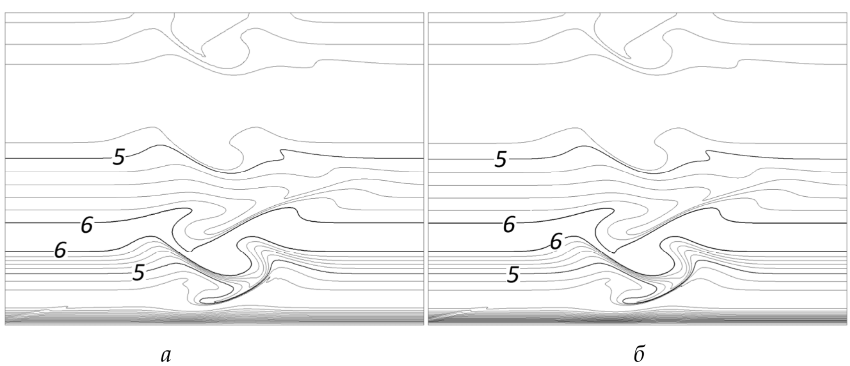


Рис. 3. Модельные расчеты переноса электронной концентрации с шагом по $z$ 4 км (*а*) и 2 км (*б*)

В этих расчетах применено начальное значение, полученное в результате решения на установление, а потенциал поля брался модельным, не зависящим от времени, с распределением, аналогичным по градиентам и характерным масштабам средней стадии процесса развития неустойчивости. Расчеты показали хорошие точностные характеристики предложенной модели и возможность использования ее при расчетах ионосферных пузырей с масштабами в пределах 1—50 км.



### Список литературы


1. *Ossakow S. L.* Spread F theories: a review. J. Atmos. Solar-Terr. Phys. 1981. Vol. 43. P. 437.
2. *Кащенко Н. М., Мациевский С. В., Никитин М. А.* Исследования нелинейной стадии развития неустойчивости Рэлея-Тейлора в экваториальной F-области с учетом продольной диффузии и педерсеновской проводимости Е-области // Геомагнетизм и аэрономия. 1989. Т. 29. С. 577—582.
3. *Ерохин Н. С., Кащенко Н. М., Мациевский С. В. и др.* Тепловой режим внутри ионосферных пузырей // Космические исследования. 1990. Т. 28, Вып. 1. С. 85—93.
4. *Кащенко Н. М., Кшевецкий С. П., Мациевский С. В. и др.* Резонансная генерация ионосферных пузырей внутренними гравитационными волнами // Геомагнетизм и аэрономия. 1990. Т. 30. С. 446—451.
5. *Гайдуков В. Ю., Кащенко Н. М., Мациевский С. В. и др.* Запуск экваториальных пузырей путем модификации Е-слоя // Геомагнетизм и аэрономия. 1991. Т. 31. С. 1042—1048.
6. *Huba J. D., Joyce G., Krall J.* Three-dimensional equatorial spread F modeling. Geophys. Res. Lett. 2008. Vol. 35. P. L10102.
7. *Huba J. D., Krall J., Joyce G.* Atomic and molecular ion dynamics during equatorial spread F // Geophys. Res. Lett. 2009. Vol. 36. P. L10106.
8. *Huba J. D., Krall J., Joyce G.* Ion and electron temperature evolution during equatorial spread F // Ibid. P. L15102.
9. *Кащенко Н. М., Мациевский С. В.* Математическое моделирование неустойчивостей экваториального F-слоя ионосферы // Вестник Калининградского государственного университета. 2003. Вып. 3. С. 59—68.
10. *Кострыкин С. В.* Об одном варианте многомерного обобщения схемы «кабаре» // Мат. моделир. 2010. Т. 22, №2. С. 69—82.
11. *Головизнин В. М., Самарский А. А.* Нелинейная коррекция схемы «кабаре» // Там же. 1998. Т.10, №12. С. 107—123.


### Об авторе


Николай Михайлович Кащенко — канд. физ.-мат. наук, доц., Балтийский федеральный университет им. И. Канта, Калининград.

E-mail: kaschtschenko@mail.ru


### About the author


Dr Nikolay Kashchenko — Ass. Prof., I. Kant Baltic Federal University, Kaliningrad.

E-mail: kaschtschenko@mail.ru